Teoria do Portfólio

Risco, Retorno e Mercado

Risco

- Situação em que a ocorrência de eventos diversos, que afetam a rentabilidade de um ativo, pode ser medida por meio de distribuição de probabilidades associadas a cada dos eventos

1. Aversão ao risco;
2. Mensuração do risco;
3. Mede-se o que?

Calcule o risco diversificado do seguinte portfólio

Retornos de dois ativos A e B			
Estado	Probabilidade	Retorno de A	Retorno de B
Boom	20%	4%	16,6%
Média	40%	10,7%	11,3%
Colapso	40%	16,1%	9,2%

Formulário para resolução

- Retorno esperado do portfólio

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} P(R_i)$$

- Variância e desvio padrão do ativo

$$\delta = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} P_i (R_i - \bar{R})^2}$$

- Variância e desvio padrão do portfólio

$$\delta_p = \sqrt{w_A{}^2 \delta_A{}^2 + w_B{}^2 \delta_B{}^2 + 2 w_A (w_B) \operatorname{cov} R_A, R_B}$$

- Covariância: covRaRb = ΣP_i(Ra – E(Ra))(Rb – E(Rb))

- Correlação: $$\rho = \frac{\operatorname{cov} RaRb}{\sigma a \sigma b}$$

Retorno e Risco do Ativo A

Ativo A	Prob. do Evento	Retorno	PxR	PD2
Recesso	20%	5,0	1,0	7,9
Estabilidade	40%	9,7	3,9	1,0
Crescimento	40%	16,0	6,4	8,8
Total	100%			
Retorno Esperado			11,3	
Risco(σ)				4,2

Retorno e Risco do Ativo B

Ativo B	Prob. do Evento	Retorno	PxR	PD2
Recesso	20%	7	1,4	0,3
Estabilidade	40%	8	3,2	0,0
Crescimento	40%	9,2	3,7	0,3
Total	100%			
Retorno Esperado			8,3	
Risco(σ)2				0,8

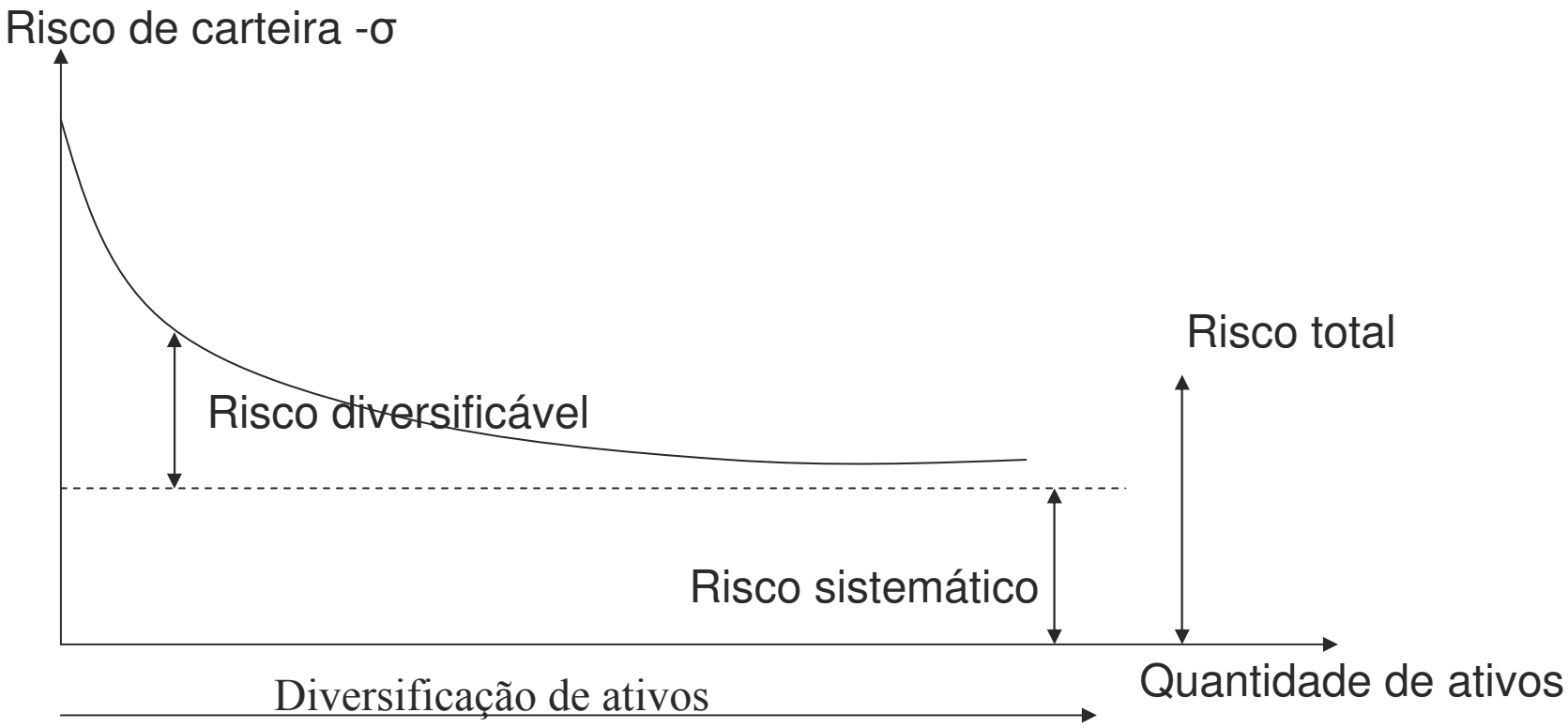
Diversificação: Retorno e Risco dos Ativos A e B Combinados

Ativo AB	Prob. do Evento	Retorno	PxR	PD2
Recesso	20%			
Estabilidade	40%			
Crescimento	40%			
Total	100%			
Retorno Esperado				
Risco(σ)				

Qual o significado deste último resultado?

- Isso mostra que desde que os retornos sobre os ativos sejam menos do que perfeitamente correlacionados ($-1 < \rho < +1$) quanto maior o grau de diversificação do portfólio, menor será o nível de risco associado com um dado retorno

Apenas o risco específico (ou não sistemático) é passível de redução pela diversificação



Risco Sistemático e Não-Sistemático

- O *risco sistemático* está relacionado aos eventos gerais que devem afetar, ainda que não igualmente, a todos os ativos numa carteira. Exemplo: elevação ou redução das taxas de juros ou de câmbio;
- O *risco específico ou não-sistemático* são relacionados às características do próprio ativo. Por exemplo, o grau de endividamento da empresa que o emitiu; a organização da firma emitente etc.

Risco total = risco sistemático + risco específico

Risco de um Portfólio

Esperado	Probabilidades	Retorno Ativo A	Retorno Ativo B
Recessão	0,10	-0,05	0,02
Estável	0,35	0,10	0,10
Crescendo	0,45	0,25	0,15
Exuberante	0,10	0,50	0,20

			DV	Variância
Retorno de A	19,25	Risco de A	0,165	40,65
Retorno de B	12,45	Risco de B	0,0178	13,37

Diferença de Risco com a Diversificação

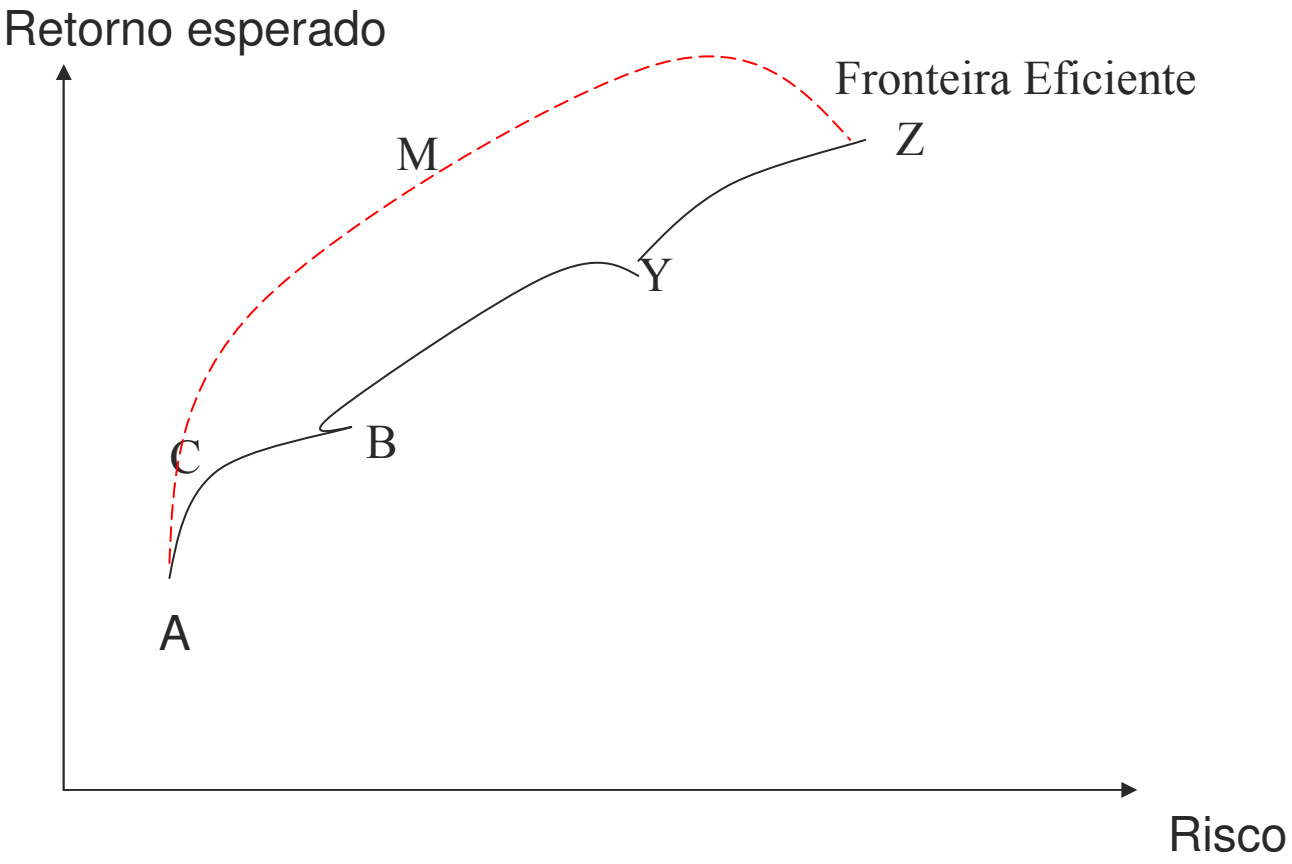
covRaRb	Prob(RA-REA)*(RB-REB)	Correlação ρ = covRaRb/$\sigma A \sigma B$
Recessão	0,002534125	0,1161
Estável	0,000793188	
Crescimento	0,000659812	
Excepcional	0,002321625	
	0,006309	
	0,63%	

Participação do Ativo A	Participação do Ativo B	Risco do Portfólio	Média Ponderada dos Riscos Individuais
25%	75%	15,08%	20,19%
50%	50%	22,12%	27,01%
75%	25%	31,05%	33,83%

Carteiras Eficientes, de Mercado e Ótimas

Retorno e risco esperado para diferentes composições de carteira				
Carteira	Participação em % do ativo A	Participação em % do ativo B	Retorno Esperado %	Risco %
1	0	100	12,45	13,40
2	10	90	13,13	13,16
3	15	85	13,47	13,52
4	25	75	14,15	15,08
5	50	50	15,85	22,12
6	75	25	17,55	31,05
7	85	15	18,23	34,8
8	90	10	18,57	36,7
9	100	0	19,25	40,65

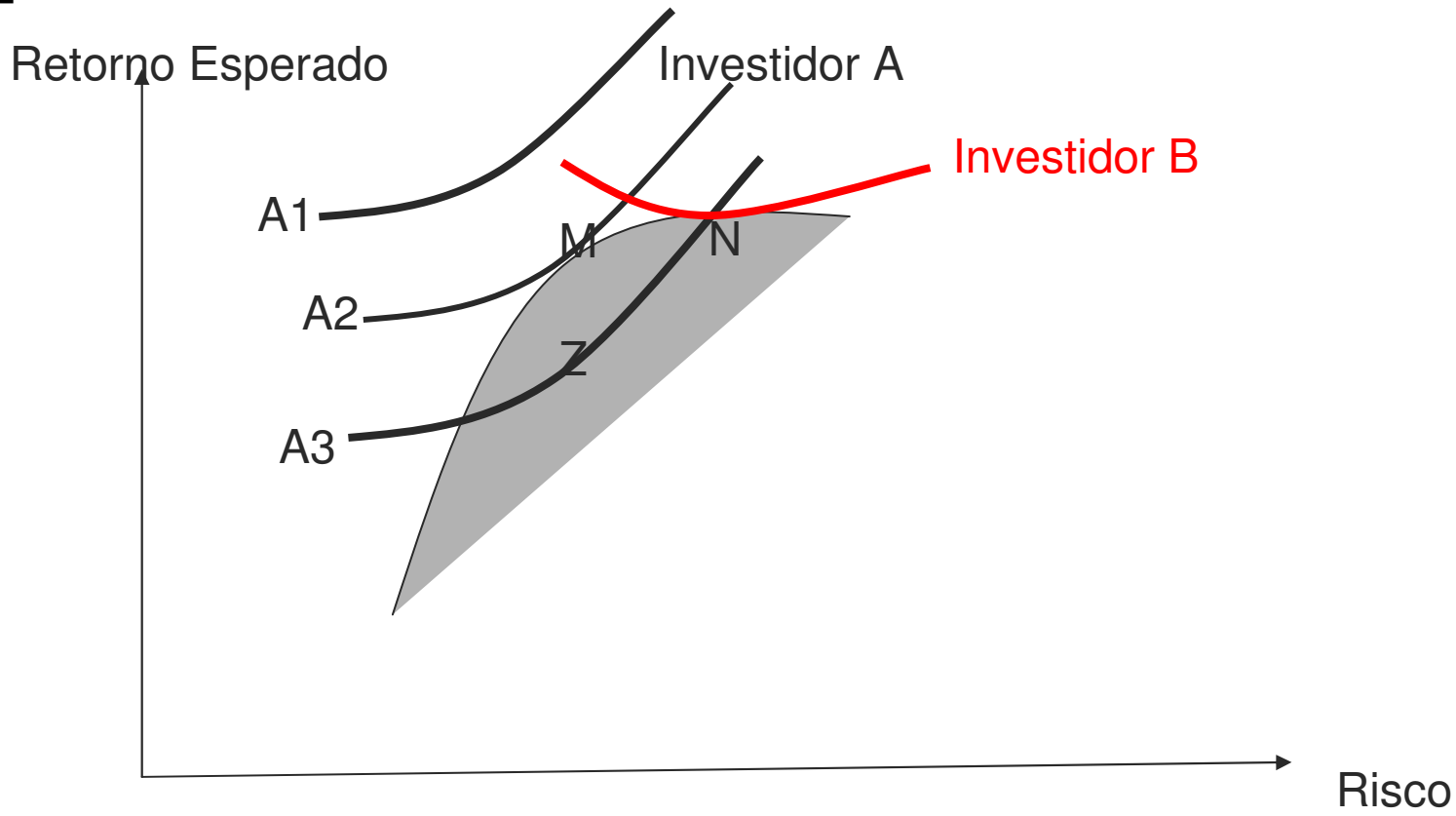
Representação Gráfica das Combinações Possíveis



Fronteira e Carteira Eficiente

- A curva sobre a qual M se encontra é uma curva formada pelas melhores combinações de ativos possíveis. *Isto é, dado o retorno nela se encontrarão as carteiras de menor risco possível. Ou, dado o risco, nela se encontrarão as carteiras de maior retorno possível*.
- O segmento AMZ é conhecido como Fronteira Eficiente. E M é uma das possíveis carteiras Eficientes ou Ótimas.

Seleção de uma carteira eficiente com infinitas possibilidades



Cada um é cada um, todos maximizam a seu jeito, e ninguém tem nada com isso!

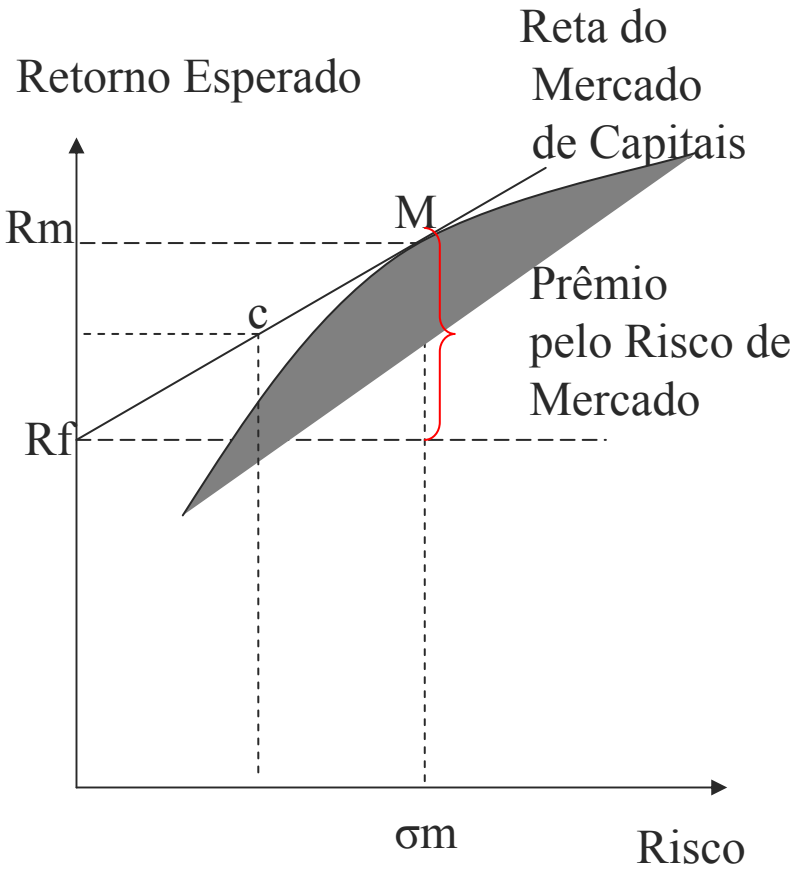
- A carteira M é ótima para o investidor A porque dado o risco, a carteira apresenta o maior retorno possível; e dado o retorno, a carteira apresenta o menor risco possível;
- Observe, também, que essa conclusão está condicionada pelo comportamento em relação ao risco do investidor. No caso do Investidor B, por exemplo, a carteira N seria a carteira ótima.
- O que impede que a carteira N também seja a carteira ótima do investidor A em diferentes momentos do tempo?

A carteira de mercado e a carteira ótima

- Além da carteira eficiente de cada agente, é possível definir uma carteira ótima de todo o mercado formada por todos os ativos disponíveis combinados nas mesmas proporções em que existem no mercado

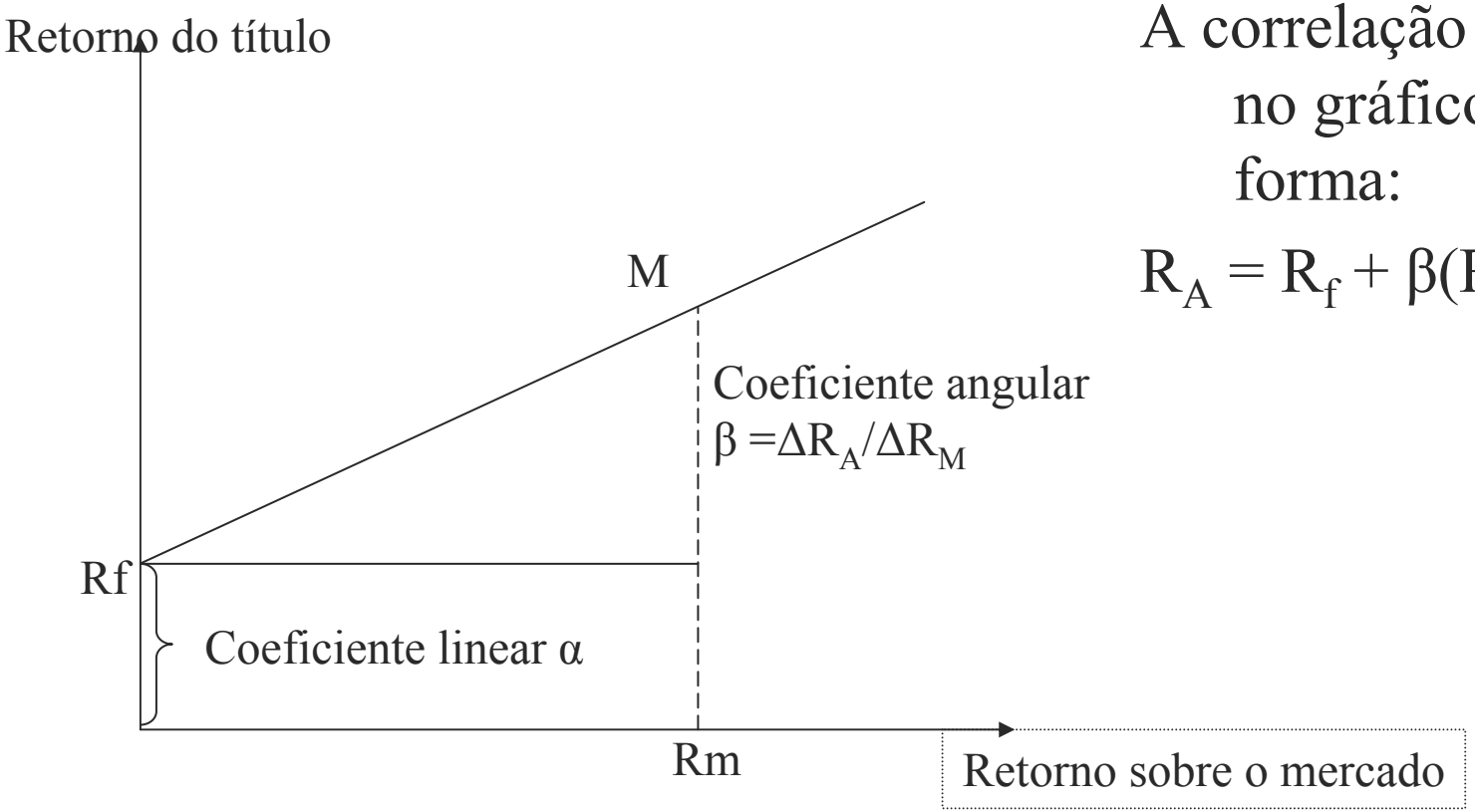
¡Si hay Gobierno, soy contra! ¡Pero no hay riesgo!

- Para que exista uma carteira ótima de mercado, é necessário um governo que emita um título livre de risco (há que se reconhecer que a moeda é criatura do estado!).
- O segmento RfM representa as várias combinações de ativos sem risco com ativos arriscados e é chamada de **Reta do Mercado de Capitais.**
- Qualquer carteira sobre esse segmento é melhor do que qualquer outra carteira.
- A carteira M representa a Carteira Ótima do Mercado.



O Modelo CAPM (*Capital Assets Pricing Model)*

- O modelo CAPM descreve a relação entre o comportamento de um título (ou de uma carteira específica de títulos) e o comportamento da carteira de mercado. O que se pretende é saber como eles se correlacionam;
- Isto é, o quanto de risco e retorno um determinado ativo ou carteira específica adicionam em termos de retorno e risco quando comparadas a carteira de mercado



A correlação apresentada no gráfico toma a forma:

$$R_A = R_f + \beta(R_M - R_f)$$

Significado do β

- O modelo CAPM supõe que o risco específico possa ser eliminado através da diversificação da carteira. Assim, num portfólio de mercado, supõe-se que todo o risco específico foi eliminado pela diversificação máxima;
- Resta o risco sistemático. Uma carteira de mercado apresenta apenas risco sistemático e, portanto, $\beta = 1$.
- O β pode então ser entendido como o excesso de risco específico que um ativo adiciona a uma carteira.

1. Se o risco do ativo expressar o mesmo risco contido na carteira de mercado, então $\beta = 1$;
2. Se um ativo tiver mais risco do que a carteira de mercado, então $\beta > 1$ (agressivo);
3. E se um ativo tiver risco abaixo do da carteira de mercado, então $\beta < 1$ (defensivo).

Prêmio Requerido ou Modelo de Determinação de Preço de ativo de Capital (CAPM)

- O prêmio pelo risco requerido de um ativo A (isto é, o retorno em excesso sobre o retorno do ativo sem risco), é equivalente ao prêmio de risco do mercado total ajustado para o grau de risco do ativo A quando comparado com o portfólio do mercado total (β);

Exercício: Ache o β do ativo

	Retornos do Ativo Particular	*Retornos da Carteira de Mercado*
1	16,2	15
2	14,7	12,1
3	20,5	17
4	8,4	8
5	-6,7	-5,5
6	10	9,5
7	11,6	12

	Ativo Particular	Carteira de Mercado	A-A	C - C	DxE	2XB	2XC	B2x	C2x
1	16,2	15	5,52857	5,271429	29,14	30,57	27,79	262,44	225
2	14,7	12,1	4,02857	2,371429	9,55	16,23	5,62	216,09	146,41
3	20,5	17	9,82857	7,271429	71,47	96,60	52,87	420,25	289
4	8,4	8	-2,27143	-1,72857	3,93	5,16	2,99	70,56	64
5	-6,7	-5,5	-17,3714	-15,2286	264,54	301,77	231,91	44,89	30,25
6	10	9,5	-0,67143	-0,22857	0,15	0,45	0,05	100	90,25
7	11,6	12	0,92857	2,271429	2,11	0,86	5,16	134,56	144
	74,7	68,1			380,90	451,63	326,39	1248,79	988,91
	10,67	9,73			54,41	64,52	46,63		
	8,68	7,38				8,03	6,83		
					1,16698	0,068819			